

## Perlen der Informatik 5. Übung

### Aufgabe G5.1 Abschätzung der Ramsey-Zahlen

Finden Sie eine möglichst gute obere Abschätzung für das Wachstum der Funktion  $f(n) = r(n, n)$ , wobei  $r$  wie folgt definiert ist:

$$r(m, n) := \begin{cases} 1 & \text{falls } m = 1 \text{ oder } n = 1 \\ r(m-1, n) + r(m, n-1) & \text{falls } m > 1 \text{ und } n > 1 \end{cases}$$

Zeigen Sie dafür zunächst, dass  $r(m, n) = \binom{m+n-2}{n-1}$  gilt (für  $m, n \geq 1$ ).

*Hinweis:* Es gilt die Beziehung  $\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$ .

### Aufgabe G5.2 Algorithmus zur Lösung des Heiratsatzes

Aus dem Beweis zum Heiratsatz lässt sich ein Algorithmus herleiten, um eine gültige Paarung (so eine solche existiert) herzuleiten. Verwenden Sie diesen Algorithmus, um die folgende Instanz des Heiratsproblems zu lösen:

$$A_1 = \{1, 2\} \quad A_2 = \{1, 2\} \quad A_3 = \{2, 3, 4\} \quad A_4 = \{3, 5\} \quad A_5 = \{4, 5\}$$

### Aufgabe G5.3 Ein Party-Problem

Zeigen Sie: Auf jeder Party mit mindestens zwei Besuchern gibt es zwei Leute, die die gleiche Anzahl Freunde haben. Gehen Sie davon aus, dass Freundschaft auf Gegenseitigkeit beruht und eine Person nicht ihr eigener Freund ist.

### Aufgabe H5.1 Berechnung der Ramsey-Zahl

Implementieren Sie in einer gängigen Hochsprache Ihrer Wahl einen Algorithmus, der den exakten Wert von  $R(n, n)$  bestimmt. Bis zu welchem  $n$  kann Ihr Programm den Wert in vertretbarer Zeit (*hier*: weniger als 1 Stunde) ermitteln? Rechnen Sie hoch, bis zu welchem  $n$  man innerhalb von 24 Stunden kommt.

*Hinweis:* Zählen Sie alle Graphen auf.