

Perlen der Informatik 7. Übung

Aufgabe G7.1 Nichtdeterministisches Programmieren

Wie jedes Jahr möchte der Weihnachtsmann auch dieses Mal am Abend des 24. Dezembers seine Geschenke verteilen. Um das Risiko einer Entdeckung zu minimieren, möchte er dabei jedes Haus genau einmal anfliegen (und am Ende wieder nach Hause zurückkehren). Wegen Hindernissen wie Strommasten und Bergen und da sein Rentier ein wenig eigenwillig ist, kann er von einem Haus immer nur bestimmte Häuser anfliegen. Helfen Sie ihm!

Formal: Schreiben Sie einen nicht-deterministischen Algorithmus, der entscheidet, ob ein Graph einen Hamilton-Kreis hat (und diesen ggfs. ausgibt). Ein Hamilton-Kreis ist ein geschlossener Pfad, der jeden Knoten genau einmal enthält.

Aufgabe G7.2 Definitionen von NP

Die Komplexitätsklasse NP kann auf zwei verschiedene Arten definiert werden:

- ... als die Menge aller Sprachen, die von einer nichtdeterministischen TM in Polynomialzeit akzeptiert werden.
- ... als die Menge aller Sprachen, die von einer *deterministischen* TM in Polynomialzeit *verifiziert* werden.

Formal ausgedrückt: Eine Sprache $\mathcal{L} \subseteq \{0,1\}^*$ ist in NP, wenn ein Polynom p und eine deterministische TM M existiert, so dass

$$\forall w. \left[w \in \mathcal{L} \iff \exists u \in \{0,1\}^{p(|x|)}. \varphi_M(x, u) = 1 \right],$$

wobei M selbst in Polynomialzeit laufen muss.

Zeigen Sie, dass beide Definitionen äquivalent zueinander sind.

Aufgabe G7.3 Rucksackproblem

Gegeben eine endliche Menge von Objekten O , die jeweils durch ein Gewicht $w : O \rightarrow \mathbb{N}$ und einen Nutzen $v : O \rightarrow \mathbb{N}$ charakterisiert sind, ist gefragt, ob eine Teilmenge $O' \subseteq O$ so existiert, dass die Summe aller Gewichte in O' eine bestimmte Schranke nicht über-, aber die Summe der Nutzwerte eine bestimmte Schranke nicht unterschreitet.

1. Implementieren Sie einen deterministischen Löser. Was ist dessen Laufzeit?
2. Implementieren Sie einen deterministischen Verifizierer. Was ist dessen Laufzeit?