Perlen der Informatik 3 1. Übung

Aufgabe 1.1 Natürliches Schließen in der Aussagenlogik

Beweisen Sie folgende aussagenlogischen Formeln im Kalkül des natürlichen Schließens:

- (a) $(A \wedge B) \wedge C \rightarrow A \wedge (B \wedge C)$
- (b) $(A \lor B) \lor C \to A \lor (B \lor C)$
- (c) $(A \lor B) \to \neg(\neg A \land \neg B)$

Aufgabe 1.2 Korrektheit

Eine Regel $\frac{\phi_1 \quad \dots \quad \phi_n}{\psi}$ ist *korrekt*, wenn gilt $\phi_1, \dots, \phi_n \vDash \psi$.

Beweisen Sie die Korrektheit der folgenden Regel:

(a)
$$\frac{\phi \quad \phi \to \psi}{\psi}$$
 (arrow-elimation)

Aufgabe 1.3 Klassische Logik

Leiten Sie die abgeleiteten Regeln ("Widerspruchsbeweis" und das "Gesetz des ausgeschlossenen Dritten") aus den anderen Regeln her.

Zeigen Sie dann:

- (a) $(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$
- (b) $(\neg A \to B) \to (A \lor B)$