Einführung in die theoretische Informatik

Sommersemester 2019 – Hausaufgabenblatt 11

Handschriftliche Abgabe

Formale Kriterien zu handschriftlichen Abgaben entnehmen Sie bitte der Website `https://www21.in.tum.de/teaching/theo/SS19`.

AUFGABE 11.1. (*Kurzfragen*) 2 Punkte

(a) Seien A, B Sprachen mit $A \leq_p B$ und B NP-vollständig. Gilt dann A NP-vollständig?

(b) Jedes Problem ist entweder in P oder in NP.

(c) H_0 (das Halteproblem auf leerem Band) ist NP-schwer.

(d) Ist ntime_M für jede nichtdeterministische Turingmaschine M berechenbar?

AUFGABE 11.2. (*Abschlusseigenschaften von NP*) 0.5 Punkte

Sei $A \subseteq \Sigma^*$ eine Sprache in NP. Zeigen Sie, dass A^* ebenfalls in NP liegt. Geben Sie hierfür an, wie geeignete polynomiell verifizierbare Zertifikate für A^* aussehen (unter Verwendung entsprechender Zertifikate für A).

AUFGABE 11.3. (*Tagungsproblem*) 0.5P + 1P

Auf einer Tagung sollen Teilnehmer*innen (gegeben durch die endliche Menge P) an Diskussionsgruppen zu verschiedenen Themen (gegeben durch die endliche Menge T) teilnehmen. Dabei kann jede Person angeben, bei welchen Themen sie auf jeden Fall mitdiskutieren möchte. Diese Einschränkungen drücken wir durch eine Relation $R \subseteq P \times T$ aus. Die Themen sollen nun auf Zeitslots (gegeben durch die endliche Menge Z) verteilt werden. Gegeben eine solche Probleminstanz (P, R, T, Z) wollen wir die Frage stellen, ob es eine Verteilung der Themen auf Zeitslots geben kann, so dass alle Teilnehmer*innen an den von ihnen gewünschten Diskussionsrunden ohne Überschneidungen teilnehmen können. D.h. gibt es eine Funktion $f : T \to Z$ mit

$$\forall p \in P.\ \forall (p, t_1) \in R.\ \forall (p, t_2) \in R.\ f(t_1) = f(t_2) \longrightarrow t_1 = t_2\ ?$$

Wir bezeichnen dieses Problem als TAGUNG.

(a) Zeigen Sie TAGUNG $\in$ NP.

(b) Zeigen Sie mit Hilfe einer Reduktion von 3-COL, dass TAGUNG auch NP-schwer ist.